

### 3-1: Задачи за објаснување

#### об1.1 Пресметај:

$$а) 5^2 - 3 \cdot 2^3 = 5 \cdot 5 - 3 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 25 - 3 \cdot 8 = 25 - 24 = 1$$

$$б) (-3)^2 - 3^2 - (-3)^2 = (-3) \cdot (-3) - 3 \cdot 3 - (-3) \cdot (-3) = 9 - 9 - 9 = 9$$

$$в) (-2)^3 - 2^3 - (-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) - 2 \cdot 2 \cdot 2 - (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \\ = -8 - 8 - (-8) = -8 - 8 + 8 = -8$$

$$г) \frac{4^2}{2^3} = \frac{4 \cdot 4}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{\cancel{4} \cdot \cancel{4}^2}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = 2 \text{ (скратување!)}$$

$$д) \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 5} = \frac{9}{25}$$

$$е) \frac{0,2^2}{(-0,1)^3} = \frac{0,2 \cdot 0,2}{(-0,1) \cdot (-0,1) \cdot (-0,1)} = \frac{0,04}{-0,001} = \frac{-4}{100} = \frac{-4 \cdot 1000}{1 \cdot 1000} = \frac{-40}{1} = -40$$

#### об1.2 Изврши ги назначените операции:

$$а) (-2) \cdot \underbrace{3^2}_2 + \underbrace{4^2}_1 + \underbrace{(-2)^3}_2 : 2 = (-2) \cdot 9 + 16 + \frac{(-8)}{2} = -18 + 16 - 4 = -22 + 16 = -6$$

$$б) \left[ -4,5 + \underbrace{(0,8 - 2,18)}_2 \cdot 3 - \underbrace{0,66}_1 : 3 \right] : 5 = \left[ -4,5 + (-1,38) \cdot 3 - \frac{0,66}{3} \right] : 5 \\ = [-4,5 - 4,14 - 0,22] : 5 = \frac{-8,66}{5} = -1,732$$

$$в) \left[ -4^2 + (-4)^2 - 4 \right] : \frac{2}{5} = [-4 \cdot 4 + (-4) \cdot (-4) - 4] : \frac{2}{5} = [-16 + 16 - 4] : \frac{2}{5} \\ -4 \cdot \frac{5}{2} = \frac{-\cancel{4} \cdot 5}{\cancel{2}} = \frac{-2 \cdot 5}{1} = -10$$

$$г) (-2)^2 \cdot (-0,3)^3 - 8 \cdot 3 = (4)(-0,027) - 24 = -0,108 - 24 = -24,108$$

#### об1.3 Пресметај ги вредностите на изразите:

$$а) (3^2 - 5^2) - (3 - 5)^2 = (9 - 25) - (-2)^2 = -16 - (4) = -16 - 4 = -20$$

$$б) (-1,5)^2 - 8 \cdot 2^2 - 1 = 2,25 - 8 \cdot 4 - 1 = 2,25 - 32 - 1 = 2,25 - 33 = -30,75$$

$$\text{в)} 2 - 8 \cdot \underbrace{2^2}_{\substack{1 \\ 2}} : (-6) \cdot (-5) = 2 - 8 \cdot 4 : (-6) \cdot (-5) = 2 - \frac{8 \cdot 4}{(-6)} \cdot (-5)$$

$$= 2 - \frac{8 \cdot 4}{(-6)} \cdot (-5) = 2 - \frac{8 \cdot \cancel{4} \cdot 5}{\cancel{3}} = 2 - \frac{8 \cdot 2 \cdot 5}{3} = 2 - \frac{80}{3} = \frac{6 - 80}{3} = \frac{-74}{3}$$

$$\text{г)} -1,75 : (-0,35) + 8,8 : (-0,11) = \frac{-1,75}{-0,35} + \frac{8,8}{-0,11} = +5 - 80 = -75$$

$$\text{д)} (-2,45 + 3,2) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) = 0,75 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{-0,75 \cdot 2}{3} = \frac{-\cancel{0,75} \cdot 2}{\cancel{3}} = -0,25 \cdot 2 = -0,5$$

$$\text{е)} \left[4 - 3 \frac{1}{2} \left(2 \frac{1}{7} - 1 \frac{1}{5}\right)\right] = 4 - \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{15}{7} - \frac{6}{5}\right) = 4 - \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{15 \cdot 5}{35} - \frac{6 \cdot 7}{35}\right) = 4 - \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{75 - 42}{35}\right)$$

$$= 4 - \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{33}{35}\right) = 4 - \frac{\cancel{7}}{2} \cdot \left(\frac{33}{\cancel{35}}\right) = 4 - \frac{33}{10} = \frac{40 - 33}{10} = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$\text{ж)} \left(\frac{3}{5} : \frac{4}{25}\right) \cdot 5^3 \cdot 2^3 = \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{4}\right) \cdot 125 \cdot 8 = \frac{3 \cdot 25 \cdot 125 \cdot 8}{5 \cdot 4} = \frac{3 \cdot \cancel{25} \cdot 125 \cdot \cancel{8}}{\cancel{5} \cdot \cancel{4}} = 3750$$

$$\text{з)} \frac{(-2,35 - 0,35 \cdot 2)^2 \cdot 10^2}{99 - 10^2} = \frac{(-2,35 - 0,7)^2 \cdot 100}{99 - 100} = \frac{(-3,05)^2 \cdot 100}{-1}$$

$$= \frac{9,3025 \cdot 100}{-1} = -930,25$$

#### об1.4 За кои вредности на $a$ е точно равенството:

а)  $\frac{a^2 + 1}{a^2} > 1$ .

1. Знаеме дека:  $a^2 + 1 > a^2$ ,  $\forall a \in \mathbb{R}$  (нешто плус 1 > нешто)

и:  $a^2 > 0$ ,  $\forall a \in \mathbb{R}$

2. Следува дека при делење со  $a^2$  неравенството останува исто, т.е.

$$\frac{a^2 + 1}{a^2} > \frac{a^2}{a^2}, \forall a \in \mathbb{R} \quad \text{односно} \quad \frac{a^2 + 1}{a^2} > 1, \forall a \in \mathbb{R}$$

Одговор:  $\forall a \in \mathbb{R}$ .

б)  $\frac{a^3}{3a^3} = 3$

1. Изразот постои само  $\forall a \in \mathbb{R} / \{0\}$

2.  $\frac{a^3}{3a^3} = \frac{\cancel{a^3}}{3\cancel{a^3}} = \frac{1}{3} \neq 3, \forall a \in \mathbb{R} / \{0\}$

Одговор: нема  $a$

<p>в) <math>a^2 = 2^2</math></p> <p>1. <math>a^2 = 2^2 \Leftrightarrow a^2 = 4</math></p> <p>2. Прашањето е: За кои вредности на <math>a</math> важи <math>a^2 = 4</math> ?</p> <p>Одговор: <math>a = 2 \vee a = -2</math> (или)</p>
<p>г) <math>a^3 = 2^3</math></p> <p>1. <math>a^3 = 2^3 \Leftrightarrow a^3 = 8</math></p> <p>2. Прашањето е: За кои вредности на <math>a</math> важи <math>a^3 = 8</math> ?</p> <p>Одговор: <math>a = 2</math></p>
<p>д) <math>a^2 = a</math></p> <p>Одговор: <math>a = 1 \vee a = 0</math> (или)</p>

об1.4а Нека  $a > 0$  (т.е. нека  $a$  е позитивен број). Проверете дали  $a^3 > a$ ,  $a^3 = a$  или  $a^3 < a$  за  $a \in \{1; 2; 10; 0,5; \frac{1}{3}; \frac{5}{2}; 0,01\}$ .

$a = 1 \Rightarrow 1^3 ? 1 \Rightarrow 1 ? 1 \Rightarrow 1 = 1$	1	$a^3 = a$
$a = 2 \Rightarrow 2^3 ? 2 \Rightarrow 8 ? 2 \Rightarrow 8 > 2$	2	$a^3 > a$
$a = 10 \Rightarrow 10^3 ? 10 \Rightarrow 1000 ? 10 \Rightarrow 1000 > 10$	10	$a^3 > a$
$a = 0,5 \Rightarrow 0,5^3 ? 0,5 \Rightarrow 0,125 ? 0,5 \Rightarrow 0,125 < 0,5$	0,5	$a^3 < a$
$a = \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^3 ? \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{27} ? \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{27} < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$a^3 < a$
$a = \frac{5}{2} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^3 ? \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{125}{8} ? \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{125}{8} > \frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$a^3 > a$
$a = 0,01 \Rightarrow 0,01^3 ? 0,01 \Rightarrow 0,000001 ? 0,01 \Rightarrow 0,000001 < 0,01$	0,01	$a^3 < a$
$a = 0,01 = 10^{-2} \Rightarrow (10^{-2})^3 ? 10^{-2} \Rightarrow 10^{-6} ? 10^{-2} \Rightarrow 10^{-6} < 10^{-2}$		
Дали можеме да 'заклучиме' нешто?		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• за <math>a = 1</math> имаме <math>a^3 = a</math></li> <li>• за <math>a &gt; 1</math> имаме <math>a^3 &gt; a</math></li> <li>• за <math>0 &lt; a &lt; 1</math> имаме <math>a^3 &lt; a</math></li> </ul>		

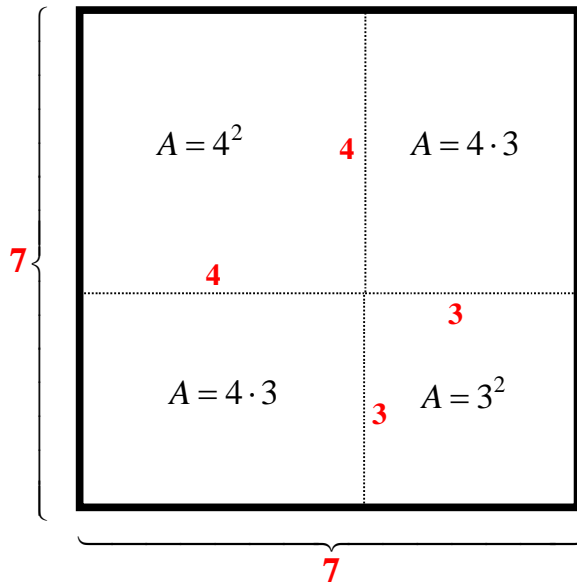
об1.5 Провери ја точноста на равенствата:

$7^2 \stackrel{?}{=} 4^2 + 3^2$ $49 \stackrel{?}{=} 16 + 9$ $49 \stackrel{?}{=} 25$ $49 \neq 25$	$(5-3)^2 \stackrel{?}{=} 2^2$ $4 = 4$	$(5-3)^2 \stackrel{?}{=} 2^2$ <b>или</b> $5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 + 3^2 \stackrel{?}{=} 2^2$ $25 - 30 + 9 \stackrel{?}{=} 4$ $4 = 4$
---	--	---

$10^2 - 3^2 = 7^2$ $100 - 9 = 91$ $91 \neq 49$	$10^2 - 3^2 = 7^2$ $100 - 9 = 91$ $91 \neq 49$	$(4+3)^2 = 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3 + 3^2$ $(7)^2 = 16 + 24 + 9$ $49 = 49$
<p>д) <math>(-7+3)^2 = (-7)^2 - 2 \cdot 7 \cdot 3 + (3)^2</math></p> $(-7+3)^2 = (-7)^2 - 2 \cdot 7 \cdot 3 + (3)^2$ $(-4)^2 = 49 - 42 + 9$ $16 = 16$		
<p>или <math>(-7+3)^2 = (-7)^2 - 2 \cdot 7 \cdot 3 + (3)^2</math></p> $(-7)^2 + 2 \cdot (-7) \cdot 3 + 3^2 = 49 - 42 + 9$ $49 - 42 + 9 = 49 - 42 + 9$ $16 = 16$		

об1.5а Видовме дека  $7^2 \neq 4^2 + 3^2$ . Гледајте ја следната слика и запиши точна равенка:

$$7^2 = 4^2 + 2 \cdot \boxed{4} \cdot \boxed{3} + 3^2$$



об1.6 Може ли изразот:  $\frac{a^2}{a^2+1}$  да има поголема вредност од 1? Зошто?

1. Знаеме дека:  $a^2 + 1 > a^2$ ,  $\forall a \in \mathbb{R}$  (нешто плус 1 > нешто)

$$\text{и: } a^2 + 1 > 0, \forall a \in \mathbb{R}$$

2. Следува дека при делење со  $a^2 + 1$  неравенството останува исто, т.е.

$$\frac{a^2+1}{a^2+1} > \frac{a^2}{a^2+1}, \forall a \in \mathbb{R} \quad \text{односно} \quad 1 > \frac{1}{a^2+1} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2+1} < 1, \forall a \in \mathbb{R}$$

Одговор: не е можно!

<b>об1.7 Изврши ги означените операции со степените:</b>	
а) $x^2 \cdot x = x^2 \cdot x^1 = x^{2+1} = x^3$	б) $x^3 \cdot x^2 \cdot x = x^{3+2+1} = x^6$
в) $a^n \cdot a^2 = a^{n+2}$	г) $2x^2 \cdot 3x^6 = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x^6 = 6 \cdot x^{2+6} = 6x^8$
д) $\frac{3x}{5x} = \frac{3\cancel{x}}{5\cancel{x}} = \frac{3}{5} = 0,6$	ѓ) $\frac{4a^2b \cdot ab^3}{-2} = \frac{4}{-2} \cdot a^2 \cdot a \cdot b \cdot b^3 = -2a^{2+1}b^{1+3} = -2a^3b^4$
е) $\frac{x^5}{x^3} = \frac{x^{5-3}}{1} = \frac{x^2}{1} = x^2$	ж) $\frac{3a^3}{a \cdot a} = \frac{3a^3}{a^2} = \frac{3a^{3-2}}{1} = 3a$
з) $\frac{-2^2}{a^2 \cdot a^3} = \frac{-4}{a^{2+3}} = \frac{-4}{a^5}$	ѕ) $\frac{4b}{2^3b^2} = \frac{4b}{8b^2} = \frac{1}{2b^{2-1}} = \frac{1}{2b}$
и) $a^n \cdot a^n = a^{n+n} = a^{2n}$	ј) $\frac{a^n}{a^n} = \frac{\cancel{a^n}}{\cancel{a^n}} = 1$ или $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1$
к) $\frac{a^n}{a} = a^{n-1}$	л) $\frac{a}{a^n} = \frac{1}{a^{n-1}}$
љ) $\frac{a^{n+1}}{a} = a^{n+1-1} = a^n$	

<b>об1.8 Пресметај:</b>	
а) $(a^3)^2 = a^{3 \cdot 2} = a^6$	б) $(2a^2)^2 = 2^2 \cdot (a^2)^2 = 4 \cdot a^{2 \cdot 2} = 4a^4$
в) $2(b^2)^3 = 2b^{2 \cdot 3} = 2b^6$	г) $(-3a)^2 = (-3)^2 a^2 = 9a^2$
д) $-3(ab^2c^3)^2 = -3a^2b^4c^6$	ѓ) $\left(\frac{a^3}{a^2}\right)^3 = (a^{3-2})^3 = (a)^3 = a^{1 \cdot 3} = a^3$ или $\left(\frac{a^3}{a^2}\right)^3 = \frac{(a^3)^3}{(a^2)^3} = \frac{a^9}{a^6} = a^{9-6} = a^3$
е) $(a^n)^2 = a^{n \cdot 2} = a^{2n}$	ж) $(a^{2n})^3 = a^{2n \cdot 3} = a^{2 \cdot 3n} = a^{6n}$
з) $\frac{(a^n)^2}{a^3} = \frac{a^{2n}}{a^3} = a^{2n-3}$	

<b>об1.8а Колку е x?</b>	
а) $25^2 = 5^x$ $25^2 = (5^2)^2 = 5^{2 \cdot 2} = 5^4$ $x = 4$	б) $3 \cdot 9^3 = 3^x$ $3 \cdot 9^3 = 3 \cdot (3^2)^3 = 3 \cdot 3^6 = 3^{1+6} = 3^7$ $x = 7$
в) $(7^3)^2 = 49^x$ $(7^3)^2 = 7^{3 \cdot 2} = 7^{2 \cdot 3} = (7^2)^3 = 49^3$ $x = 3$	г) $\frac{3 \cdot 27}{3^2} = 3^x$ $\frac{3 \cdot 27}{3^2} = \frac{3 \cdot 3^3}{3^2} = \frac{3^4}{3^2} = 3^{4-2} = 3^2$ $x = 2$

$$д) \frac{4^3 4^2}{2 \cdot 4} = 2^x$$

$$\frac{4^3 4^2}{2 \cdot 4} = \frac{(2^2)^3 \cdot (2^2)^2}{2 \cdot 2^2} = \frac{2^6 \cdot 2^4}{2^3} = \frac{2^{10}}{2^3} = 2^{10-3} = 2^7$$

$$x = 7$$

**об1.9 Пресметај ги вредностите на изразите:**

а) $a \cdot (2a - 9)$ за $a = 5$ . $5 \cdot (2 \cdot 5 - 9) = 5 \cdot (10 - 9) = 5 \cdot 1 = 5$	б) $a \cdot (2a - 9)$ за $a = -2$ . $(-2) \cdot (2 \cdot (-2) - 9) = (-2) \cdot (-4 - 9) = (-2) \cdot (-13) = 26$
--	--

в) $a^2 \cdot (4 - a^3)$ за $a = 3$ . $3^2 \cdot (4 - 3^3) = 9(4 - 27) = 9(-23) = -207$	г) $a^2 \cdot (4 - a^3)$ за $a = -1$ . $(-1)^2 \cdot (4 - (-1)^3) = 1(4 - (-1)) = 4 + 1 = 5$
--	---

д)  $2(a - b)^2 - a^3$  за  $a = 2$ ;  $b = -2$ .  
 $2(2 - (-2))^2 - 2^3 = 2 \cdot (2 + 2)^2 - 8 = 2 \cdot 4^2 - 8 = 2 \cdot 16 - 8 = 32 - 8 = 24$

ѓ)  $\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x}$  за  $x = -4$ .  
 $\frac{(-4)^3 - (-4)^2 + (-4) - 1}{(-4)} = \frac{-64 - 16 - 4 - 1}{-4} = \frac{-85}{-4} = \frac{85}{4} = 21,25$

е)  $\frac{|x| + |x - 3|}{|x + 2|}$  за  $x = 2$ .  
 $\frac{|2| + |2 - 3|}{|2 + 2|} = \frac{2 + |-1|}{|4|} = \frac{2 + 1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$

**об1.10 Испитајте ја точноста на следните равенки за дадените вредности и кажете што мислите за нивната точност за сите  $x \in \mathbb{R}$ .**

а)  $2x + x = 3x$   $x \in \{1, 10, 0, -1, \frac{1}{2}\}$

$x = 1$ $2 \cdot 1 + 1 = 3 \cdot 1$ $3 = 3$	$x = 10$ $2 \cdot 10 + 10 = 3 \cdot 10$ $30 = 30$	$x = 0$ $2 \cdot 0 + 0 = 3 \cdot 0$ $0 = 0$	$x = -1$ $2 \cdot (-1) + (-1) = 3 \cdot (-1)$ $-2 - 1 = -3$ $-3 = -3$	$x = \frac{1}{2} = 0,5$ $2 \cdot 0,5 + 0,5 = 3 \cdot 0,5$ $1 + 0,5 = 1,5$ $1,5 = 1,5$
---	---	---	--	--

Најверојатно,  $\tau(2x + x = 3x) = \top$

б)  $x + x = x^2$   $x \in \{1, 10, 0, -1, \frac{1}{2}\}$

$x = 1$ $1 + 1 = 1^2$ $2 \neq 1$	$x = 10$ $10 + 10 = 10^2$ $20 \neq 100$	$x = 0$ $0 + 0 = 0^2$ $0 = 0$	$x = -1$ $-1 + (-1) = (-1)^2$ $-2 \neq 1$	$x = \frac{1}{2} = 0,5$ $0,5 + 0,5 = 0,5^2$ $1 \neq 0,25$
--	---	-------------------------------------	---	---

Најверојатно,  $\tau(x + x = x^2) = \perp$  ( $x + x = 2x$ )