

79. Задачи од 3-9

1. Најди го НЗД за броевите:

а) 42, 18 и 24

Ги разложуваме броевите на своите прости множители, користејќи го 'дрвото на разложување'.

42	2
21	3
7	

18	2
9	3
3	

24	2
12	2
6	2
3	

Имаме: $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$, $18 = 2 \cdot 3^2$, $24 = 2^3 \cdot 3$
 Ги бараме 'заедничките' множители.
 Трите броеви имаат 2 и 3 како прости множители.
 Следува: $\text{нзд}(42,18,24) = 2 \cdot 3 = 6$

б) 105 и 45

Ги разложуваме броевите на своите прости множители $3^2 \text{ НЗС}(42,18,24) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 = 504$

105	5
21	3
7	

45	5
9	3
3	

Имаме: $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$, $45 = 3^2 \cdot 5$
 Двата броеви имаат 3 и 5 како прости множители.
 Следува $\text{нзд}(105,45) = 3 \cdot 5 = 15$

в) 30 и 75

30	2
15	3
5	

75	5
15	3
5	

Имаме: $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ и $75 = 3 \cdot 5^2$
 $\text{нзд}(30,75) = 3 \cdot 5 = 15$

г) 12, 32, 40 и 56

12	2
6	2
3	

32	2
16	2
8	2
4	2
2	

40	2
20	2
10	2
5	

56	2
28	2
14	2
7	

$12 = 2^2 \cdot 3$, $32 = 2^5$, $40 = 2^3 \cdot 5$ и $56 = 2^3 \cdot 7$
 $\text{нзд}(12, 32, 40 \text{ и } 56) = 2^2 = 4$

2. Одреди го НЗД на изразите:

а) $\text{нзд}(3ab, 12ab^2) = \text{нзд}(3, 12) \cdot \text{нзд}(ab, ab^2) = 3ab$.

б) $\text{нзд}(15x^3y^2, 24x^2y^3) = \text{нзд}(15, 24) \cdot x^2y^2 = 3x^2y^2$

в) $\text{нзд}(5a(a+b)^2, 8a^2b(a+b)^3) = \text{нзд}(5, 8) \cdot a(a+b)^2 = a(a+b)^2$

г) $\text{нзд}(x^2 - y^2, x^3 + y^3)$.

Во трите претходни задачи, изразите беа веќе разложени. Тука не се, така да треба да ги разложиме: $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ и $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

Следува: $\text{нзд}(x^2 - y^2, x^3 + y^3) = \text{нзд}((x - y)(x + y), (x + y)(x^2 - xy + y^2)) = x + y$

3. Одреди го НЗС на броевите:

а) Ги разложуваме броевите 12, 50, 45 и 18 на прости множители (може и со 'дрво'):

$$12 = 4 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3, \quad 50 = 25 \cdot 2 = 2 \cdot 5^2, \quad 45 = 9 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5, \quad 18 = 9 \cdot 2 = 2 \cdot 3^2$$

Сите множители треба да ги 'покриеме', т.е

со $2^2, 3^2$ и 5^2 секој од броевите 12, 50, 45 и 18 е **содржан внатре**.

Следува: $\text{нзс}(12, 50, 45, 18) = \text{нзс}(2^2 \cdot 3, 2 \cdot 5^2, 3^2 \cdot 5, 2 \cdot 3^2) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$

б) Ги разложуваме броевите 84, 56 и 21 на прости множители:

$$84 = 2 \cdot 42 = 2 \cdot 6 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2, \quad 56 = 7 \cdot 8 = 2^3 \cdot 7, \quad 21 = 3 \cdot 7$$

$$\text{нзс}(84, 56, 21) = \text{нзс}(2^2 \cdot 3 \cdot 7, 2^3 \cdot 7, 3 \cdot 7) = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 = 168$$

в) Ги разложуваме броевите 125, 100 и 450 на прости множители:

$$125 = 25 \cdot 5 = 5^3, \quad 100 = 25 \cdot 4 = 2^2 \cdot 5^2, \quad 450 = 9 \cdot 50 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$\text{нзс}(125, 100, 450) = \text{нзс}(5^3, 2^2 \cdot 5^2, 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 = 4500$$

г) Ги разложуваме броевите 96, 64 и 180 на прости множители:

$$96 = 32 \cdot 3 = 2^5 \cdot 3, \quad 64 = 2^6, \quad 180 = 9 \cdot 20 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{нзс}(96, 64, 180) = \text{нзс}(2^5 \cdot 3, 2^6, 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5) = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5 = 2880$$

4. Одреди го нзс на изразите:

а) $\text{нзс}(6a^2b^3, 15ab^2, 24a^3bc^2) = ?$

Најпрво се бара НЗС од коефициентите...

$$\text{нзс}(6, 15, 24) = \text{нзс}(2 \cdot 3, 3 \cdot 5, 2^3 \cdot 3) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

Изразите веќе се разложени... Следува:

$$\text{нзс}(6a^2b^3, 15ab^2, 24a^3bc^2) = \text{нзс}(6, 15, 24) \cdot a^3b^3c^2 = 120a^3b^3c^2$$

б) $\text{нзс}(a(x+2), b(x+2)) = ab(x+2)$

в) $\text{нзс}(x, x^2 + xy^2) = ?$

Најпрво треба да се разложи вториот израз...

$$\text{нзс}(x, x^2 + xy^2) = \text{нзс}(x, x(x+y^2)) = x(x+y^2)$$

г) $\text{нзс}(a^2 - 9b^2, a^3 + 3a^2b) = ?$

Двата изрази треба да се разложат...

$$a^2 - 9b^2 = a^2 - (3b)^2 = (a-3b)(a+3b) \quad \text{и} \quad a^3 + 3a^2b = a^2(a+3b)$$

$$\text{нзс}(a^2 - 9b^2, a^3 + 3a^2b) = \text{нзс}((a-3b)(a+3b), a^2(a+3b)) = a^2(a-3b)(a+3b)$$

д) $\text{нзс}(x^2 - x, 1 - x^2, 1 + x^3, x^2 + x + 1) = ?$

Четири изрази треба да се разложат...

$$x^2 - x = x(x-1)$$

$$1 - x^2 = -(x^2 - 1) = -(x-1)(x+1)$$

$$1 + x^3 = x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^2 + x + 1 \text{ не се разложува.}$$

$$\begin{aligned} \text{нзс}(x^2 - x, 1 - x^2, 1 + x^3, x^2 + x + 1) &= \text{нзс}(x(x-1), -(x-1)(x+1), (x+1)(x^2 - x + 1), x^2 + x + 1) \\ &= x(x-1)(x+1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

Забелешка: НЗД и НЗС секогаш се пишат како 'позитни' изрази, така да (-1) од вториот израз не се појавува во НЗС-от.

ѓ) $\text{нзс}(x^2 - 4y^2, 3x^2 - 12xy + 12y^2, 5y(x-2y)^3) = ?$

$$\text{-- } x^2 - 4y^2 = x^2 - (2y)^2 = (x-2y)(x+2y)$$

$$\text{-- } 3x^2 - 12xy + 12y^2 = 3(x^2 - 4xy + 4y^2)$$

$$= 3(x^2 - 2 \cdot x \cdot (2y) + (2y)^2) = 3(x-2y)^2$$

$$\text{-- } 5y(x-2y)^3 \text{ е веќе разложен}$$

$$\text{нзс}(x^2 - 4y^2, 3x^2 - 12xy + 12y^2, 5y(x-2y)^3) = 3(x-2y)^3(x+2y)$$